

研究集会「結び目の数理 VII」

講演アブストラクト集

12月24日(火)

久野 雄介 氏 (津田塾大学学芸学部)

Emergent version of Drinfeld's associator equations

2012年に、Alekseev と Torossian は Grothendieck-Teichmüller リー代数から Kashiwara-Vergne リー代数への埋め込みを構成しました。この講演では、通常の組みひも群や無限小組ひもリー代数を少し簡単にしたものとして、エマージェントな組みひもやエマージェントな無限小組ひも概念を導入します。また、これらを用いて、Alekseev-Torossian の結果の別証明を与えます。これは、Dror Bar-Natan 氏 (Toronto 大学) との共同研究です。

村上 友哉 氏 (九州大学大学院数理学府)

負定値鉛管多様体の WRT 不変量の漸近展開と量子モジュラー性

量子不変量の漸近展開や量子モジュラー性を求めることは量子トポロジーの最重要課題の一つである。本講演ではこの問題を負定値鉛管多様体という広いクラスで解決できたことを報告する。証明の際には Gukov-Pei-Putrov-Vafa 不変量のモジュラー変換公式や漸近展開を求める必要があるが、これは非常に複雑な計算を伴うため実直に行うのは困難である。そこで「モジュラー級数」という枠組みを構築することでこの困難に対処する。この枠組みは漸近展開や量子モジュラー性を与える一般論となっているだけでなく、resurgence 理論のうち Borel-Laplace 変換の内容を多変数化するものにもなっている。

小林 怜央 氏 (早稲田大学大学院教育学研究科)

3つの軸方向の正射影がすべて木となる空間グラフの構成

3つの軸方向への正射影が、すべて木 (tree) となるような円周の空間埋め込みの存在が知られている。本講演では、いくつかのグラフに対して、そのような空間埋め込みが存在することを示す。

守田 夏希 氏 (奈良女子大学大学院人間文化総合科学研究科)

Virtualized n-gon moves for virtual knots

Nakamura-Nakanishi-Satoh-Wada introduced a local deformation called virtualized delta move for virtual links, and proved that it is an unknotting operation for virtual knots. In this talk, we introduce virtualized n-gon move as a generalization of virtualized delta move. We show that virtualized n-gon move is an unknotting operation for virtual knots when $n \geq 3$, and give a lower bound for the unknotting number, which we call the $v[n]$ -unknotting number, in terms of “non-zero writhe”. Also, we show that there exists an infinite family of virtual knots with $v[n]$ -unknotting number m for any $n \geq 3$ and $m \geq 1$. This is a joint work with Yeonhee Jang (Nara Women's University).

西元 勇樹 氏 (神戸大学大学院理学研究科)

交点数が3以下のロング溶接結び目について

ロング溶接結び目はロング仮想結び目の OC 変形による同値類である。吉田立樹氏により、交点数が3以下のロング仮想結び目の完全な分類が与えられた。そこで今回は、交点数が3以下のロング溶接結び目の分類に取り組んだ。交点数が3以下のダイアグラムをリストアップし、ロング溶接結び目の不変量を用いることで、いくつかの組を除いて分類が与えられたことを報告する。

金 云峰 氏 (名古屋市立大学大学院理学研究科)

On characterization of a multivariable polynomial invariant of twisted links

S. Satoh and Y. Tomiyama gave a characterization of a multivariable polynomial invariant of almost classical virtual links. N. Kamada extended the multivariable polynomial invariant to twisted links. In this talk, We give some results which are similar to S. Satoh and Y. Tomiyama's.

12月25日 (水)

平田 遼介 氏 (信州大学大学院総合理工学研究科)

コード図の数え上げと doodle 不変量による Milnor の 3 重絡み数の表示

X. -S. Lin, Z. Wang の論文 (1996) から, 次数 2 の結び目不変量はガウス図式の数え上げの項と Arnold 不変量の項の和で表すことが出来る. 本講演では, 同じく次数 2 の不変量である Milnor の 3 重絡み数あるコード図の数え上げと doodle 不変量を用いて表す.

奥原 悠朔 氏 (信州大学大学院総合理工学研究科)

3 重以上の交点を持つ図式に対する 3 重絡み数の Polyak-Viro 型公式

R. Brooks と R. Komendarczyk による 2024 年の論文で, 次数 2 の有限型不変量である Conway 多項式の 2 次の係数について, 3 重以上の交点を許容するような図式に対する Polyak-Viro 型公式が与えられた. 本講演では次数 2 の有限型不変量である Milnor の 3 重絡み数について, R. Koytcheff と I. Volić による積分表示から読み替えて, 3 重以上の交点を許容するような図式に対する Polyak-Viro 型の公式を与える.

岩元 悠一郎 氏 (信州大学大学院総合理工学研究科)

Vassiliev 不変量の基本定理の別証明

結び目の交点の上下の情報を落として特異点にしたものを特異結び目という. 任意の結び目不変量は特異結び目の不変量に拡張できる. m 個の特異点を持つ特異結び目に対して 0 を返すような不変量を type m の Vassiliev 不変量という. Vassiliev 不変量の基本定理は type m の Vassiliev 不変量の空間が degree m の weight system の空間に同型であるという主張である. 本講演では D. Bar-Natan と A. Stoimenow による conjecture をもとにこれの $m=3$ における別証明を与える.

浜 天星 氏 (日本大学大学院総合基礎科学研究科)

A presentation of the pure cactus group of degree four

As an analogy of the braid group, the cactus group was introduced and has been studied. In some papers, it is stated that the pure cactus group of degree four is isomorphic to the fundamental group of the connected sum of five projective planes without proof. In this talk, we give an explicit presentation of the pure cactus group of degree four by using a Cayley graph of some subgroup of the cactus group of degree four. From this presentation, we confirm that the pure cactus group of degree four is isomorphic to the fundamental group of the connected sum of five projective planes.

久野 恵理香 氏 (大阪大学大学院理学研究科)

向き付け不可能曲面の fine curve graph の Gromov 双曲性

Bowden—Hensel—Webb が, fine curve graph (アイソトピー類を取らない曲線を頂点に対応させた曲線グラフ) を定義し, 種数 1 以上の向き付け可能閉曲面のファイン曲線グラフが一様双曲的である (双曲的であり, その双曲性定数として曲面の位相型に依らない定数を取ることができる) ことを証明した. Bowden—Hensel—Webb の議論をもとに, 種数 2 以上の向き付け不可能閉曲面の fine curve graph は一様双曲的であることを証明したことについて報告する. 本研究は木村満晃氏との共同研究である.

中島 拓巳 氏 (京都大学大学院理学研究科)

cosmetic crossing conjecture を満たす結び目に対する generalized cosmetic crossing への拡張について

結び目を交差交換して再び同じ結び目が得られるならば, その交差は nugatory (自明) なものに限られるか, という問題は cosmetic crossing conjecture と呼ばれる古典的な問題で, 既に多くの具体的な結び目について予想の成立が知られている. 一方これらの具体例が, generalized cosmetic crossing conjecture という, 交差交換をより一般の操作に取り替えた同様の問題を満たすかは直ちには分からない. この講演では, cosmetic crossing conjecture を満たす事が示されているある種の結び目について, generalized cosmetic crossing についてもその議論が拡張できるか検討し, いくつかの場合に generalized バージョンの成立を示す.

祝井 堅太郎 氏 (京都大学大学院理学研究科)

レンズ空間内の双曲結び目でレンズ空間の連結和を得るデーネ手術

Baker はレンズ空間の可約手術についての研究で, レンズ空間内の双曲結び目にそったデーネ手術で $L(r, 1) \# L(s, 1)$ を得るものを構成し, これらが全てであると予想していた. その後 Gainullin が, Deruelle, Miyazaki, Motegi により導入された seiferter を用いて予想の反例である $L(5, 3) \# L(3, 1)$ を得る手術を構成した. この講演では, seiferter についてより詳しく扱うことで Gainullin の構成を一般化し, $L(p, q) \# L(r, 1)$ を得るデーネ手術を組織的に構成する.

松嶋 柚希 氏 (東京都立大学大学院理学研究科)

素数べきを周期としてもつ結び目の HOMFLY 多項式について

周期結び目の多項式不変量は, 1990 年代にさまざまな研究が行われた. その中で, 奇素数 r を周期としてもつ結び目の判定方法を HOMFLY 多項式の係数多項式を用いて構成したものが存在する. これを元に, 講演者は HOMFLY 多項式の係数多項式を用いた判定方法を, r^2 を周期としてもつ周期結び目の判定方法にも構成しようと試みたところ, 部分点に結果を得ることができた. 本講演ではこの内容を紹介する.

鈴木 龍正 氏 (明治大学研究・知財戦略機構)

概単純線形グラフを持つ Brieskorn 球面に対する Ozsváth-Szabó の d 不変量

Karakurt 氏と Şavk 氏は, 3次元 Brieskorn ホモロジー球面の中で, 3次元閉多様体を枠付き絡み目図式で表現する手術図式が概単純線形グラフで表現できる場合に焦点を当てた. そして, これらのホモロジー球面が既知の例とは独立に 3次元ホモロジー同境群の \mathbb{Z} 直和因子を生成することを, Ozsváth 氏と Szabó 氏の d 不変量の計算公式を考案することで明らかにした. 本講演では, この公式を精密化することで新たに判明した, ホモロジー同境にならない 3次元 Brieskorn ホモロジー球面の対を紹介する. 特に, この精密化で現れる不等式において等号が成立するためのいくつかの十分条件と, この等号が成立しない無限個の例について紹介する.

飯田 暢生 氏 (東京科学大学理学院)

結び目ホモロジーとシンプレクティック・コンタクト幾何学

結び目ホモロジーとシンプレクティック・コンタクト幾何学に関するサーベイおよび、講演者らの研究結果の説明を行う。

姫野 圭佑 氏 (広島大学大学院先進理工系科学研究科)

knot Floer homology における二種類の位数と Upsilon torsion invariant

S^3 内の結び目に対し、(マイナス版)knot Floer homology と unoriented knot Floer homology は $Z/2Z[U]$ 上の加群の構造を持つ。ねじれ部分加群を消すために必要な U の作用の最小回数で order, unoriented order という不変量をそれぞれ取り出すことができる。本講演では、与えられた (unoriented) order を実現する双曲的結び目が存在することを紹介する。計算は二つの不変量を統合した不変量である Upsilon torsion invariant を用いた。

12月26日 (木)

植田 雄大 氏 (京都大学数理解析研究所)

Iwakiri-Satoh 2-knot に対するカンドルコサイクル不変量

2つの結び目 K, K' に対して球面 S^2 上に埋め込まれた K' の管状近傍を $K \times S^1$ に置き換えることによって構成される 2-knot を Iwakiri-Satoh 2-knot という。Iwakiri-Satoh 2-knot は deform-spun knot で、特別な場合のときに roll-spun knot になることが知られている。本講演では Iwakiri-Satoh 2-knot に対する四面体カンドルを用いたカンドルコサイクル不変量が、構成に使用した2つの結び目 K, K' の不変量、特にカンドルコサイクル不変量・シャドーコサイクル不変量などで具体的に記述が与えられることを紹介する。

津野 玄親 氏 (大阪大学大学院理学研究科)

R^4 に自明に埋め込まれた射影平面上の曲面ブレイド

S^2 上の閉曲面ブレイドは、 S^2 上の自明な円板束 $D^2 \times S^2$ に適切 (proper) に埋め込まれた曲面 F であり、その円板束から S^2 への射影を F に制限したものが分岐被覆写像となるような対象を指す。 $D^2 \times S^2$ を R^4 に自明に埋め込まれた S^2 の正則近傍とみなすことで、閉曲面ブレイドを R^4 内の有向曲面絡み目と見なすことができる。また、任意の有向曲面絡み目は、この閉曲面ブレイドとしての表示を持つことが知られている。 R^4 に自明に埋め込まれた射影平面上の曲面ブレイド (ここでは、 P^2 上の曲面ブレイドと呼ぶ) は、閉曲面ブレイドの類似概念であり、向き付け不可能な曲面絡み目を表す。本講演では、 P^2 上の曲面ブレイドのいくつかの表示法について紹介する。

三木 亮介 氏 (大阪大学大学院理学研究科)

曲面結び目の crossed module について

crossed module は Whitehead により導入されたホモトピーと相性の良い道具であり、圏をなすことが知られている。J. F. Martins は crossed module 間の射の数をを用いてコンパクト多様体の不変量を定義した。また彼は曲面結び目の外部に対する crossed module を考察し、バンド付きのモーショントピックチャーを用いた不変量の計算法を確立した。この講演では、この計算法について説明し、いくつかの曲面結び目に計算を行った結果を紹介する。

安田 順平 氏 (大阪大学大学院理学研究科)

2 プラット 2 次元結び目のアレキサンダー多項式

2次元結び目とは4次元空間へ(滑らかに)埋め込まれた2次元球面である。またブレイドの高次元化として2次元ブレイドがある。全ての2次元結び目は、2次元ブレイドのプラット閉包によって得られる。特に、次数4の2次元ブレイドから得られる2次元結び目を2プラット2次元結び目と呼ぶ。このクラスは2橋結び目の自然な高次元化である。本講演では、2プラット2次元結び目の性質と標準形を紹介し、標準形からアレキサンダー多項式を計算する公式を与える。

福田 瑞季 氏 (MathAM-OIL/東北大学)

ツイストスパン結び目のツイストスパン結び目について

n 次元結び目から $n+1$ 次元結び目を構成する方法として Zeeman によるツイストスピニングが知られており、ツイストスピニングを繰り返し行うことで1次元の結び目から任意の次元の結び目を作ることができる。本講演では1次元の結び目に対し2回のツイストスピニングで得られるツイストスパン結び目のツイストスパン結び目、つまり3次元結び目、について自明であるための十分条件と非自明であるための十分条件をそれぞれ与えることができたので紹介する。証明ではタングルの回転数に着目しながら、Pao の branched twist spin に対する Gluck twist の結果から自明性を、orbifold の基本群の性質から非自明性を、それぞれ考察する。本研究は石川昌治氏(慶應義塾大学)との共同研究である。

甲斐 涼哉 氏 (大阪公立大学大学院理学研究科)

カンドルのオイラー標数

結び目理論で不変量として導入されたカンドルは、対称空間の一般化と見なすことができる。近年では対称空間論の手法をカンドルに応用する研究が行われている。対称空間のオイラー標数は、点対称から定まる自然な群作用を用いて計算できる。本講演では、それを一般化してカンドルにオイラー標数を定義する。また、位相空間のオイラー標数と似た性質をカンドルのオイラー標数が持つことを紹介する。本講演の内容は田丸博士氏との共同研究に基づく。

新井 克典 氏 (大阪大学大学院理学研究科)

ラックの G 族に付随しない多重群ラックの構成

3次元球面 S^3 に埋め込まれたコンパクト曲面を空間曲面と呼ぶ。本講演では、空間曲面は(1)有向曲面であり、(2)各連結成分は境界を持つ曲面で2次元閉円板ではないとする。多重群ラックは空間曲面の彩色に用いられる代数系である。多重群ラックを1つ固定したとき、その多重群ラックによる空間曲面の彩色の個数は、空間曲面の全同位不変量となる。多重群ラックの構成法は、ラックの G 族やコサイクル拡大を用いた方法が知られている。本講演では、多重群ラックの新たな構成法を与え、その構成法で得られた多重群ラックについての結果を紹介する。

長谷川 諒 氏 (甲南大学大学院自然科学研究科)

トーラス結び目のトーラス上の自己融合について

トーラス結び目にトーラス上で自己融合を行うと、再びトーラス結び目が得られ、有限回の操作で自明な結び目となる。この回数を自己融合数と呼ぶ。本講演では、与えられたトーラス結び目 $T(p, q)$ の自己融合数を決定するという問題を考え、得られた結果を報告する。具体的には、 $T(p, q)$ から $T(r, s)$ が得られるための必要十分条件は $ps - qr = \pm 2$ であることを示し、自己融合数=1であるための必要十分条件を決定するとともに、自己融合数=2であるための必要十分条件を、部分的に決定する。

Yuanyuan Bao 氏 (東北大学情報科学研究科)

A multivariable Alexander polynomial for framed trivalent spatial graphs

Viro defined a functor from the category of colored framed graphs to the category of representations of a Hopf subalgebra of quantum $\mathfrak{gl}(1|-1)$. This functor gives rise to a multivariable Alexander polynomial for framed trivalent graphs. In this talk, we define rotation number of a graph, and propose a Kauffman state sum and conjecture that it coincides with Viro's Alexander polynomial. This talk is based on a joint work with Zhongtao Wu.

石井 敦 氏 (筑波大学数理物質系)

A bracket polynomial for the Alexander–Conway polynomial

アレクサンダー多項式とジョーンズ多項式はどちらもよく知られた多項式不変量であり、スケイン関係式を用いて簡単に計算して値を求めることができます。ジョーンズ多項式の不変性は、カウフマンブラケットを用いることで初等的に与えることができます。本講演では、アレクサンダー多項式に対しても、初等的に不変性を与えるブラケット多項式を導入することです。

合田 洋 氏 (東京農工大学工学研究院)

グラフゼータおよびねじれアレクサンダー多項式のいくつかの表示

グラフのゼータ関数と結び目のねじれアレクサンダー多項式について考察します。これらは別々に開発されたため、結び目グラフの概念を通じてそれらの関係を説明します。森藤孝之氏 (慶応義塾大学) との共同研究です。

12月27日 (金)

清水 日菜乃 氏 (お茶の水女子大学大学院人間文化創成科学研究科)

バンド手術による絡み目解消経路の特徴付け

組み換え酵素がDNA絡み目 $T(2,6)$ を自明な絡み目に解く様子はバンド手術によってモデル化される。その経路には結び目と2成分絡み目が現れ、最短経路が9通りであることが Sci. Rep.(2017) の論文によって示されている。渦の絡み目の繋ぎ換えも同様の現象が観測されているが、この場合には成分数には制限がつかない。今回の研究では先行研究の絡み目の成分数に関する条件を緩和し、渦の絡み目が自明な結び目に解かれる最短経路を特徴付けた。

坂本 穂波 氏 (お茶の水女子大学理学部)

Liminal $SL_2\mathbb{Z}_p$ -representations of twist knot and cyclic covers

p を素数, \mathbb{Z}_p を p 進整数環とし, 結び目群の SL_2 表現を考える. \mathbb{Z}_p 上の可約表現であって, その近傍にある他の表現は既約であるようなものを liminal 表現と呼ぶ. \mathbb{F}_p 上の可約指標と既約指標の多様体の交点が Hensel の補題の仮定を満たしていれば, 対応する \mathbb{F}_p 上の表現のリフトとして liminal 表現が得られる. 特にツイスト結び目 $J(2, 2m)$ の場合, \mathbb{Z}_p 上の liminal 表現が存在する素数 p の条件は, 平方剰余の相互法則を用いて明示的に計算され, 例えば $J(2, -2) = 4_1$ の場合, $p \equiv \pm 1 \pmod{5}$ となる. 他方, $J(2, 2m)$ の $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ 被覆の H_1 のトーシヨンのサイズ r_n は, Alexander 多項式から Fox の公式により計算され, いわゆる Lucas 型の数列の2乗の形になり, 例えば $J(2, -2) = 4_1$ の場合には $p|r_{2k-1}$ ならば $p \equiv 1 \pmod{5}$ となる. 実は, 一般の $J(2, 2m)$ について, $p|r_{2k-1}$ となる $k \in \mathbb{Z}$ あれば, \mathbb{Z}_p 上の liminal 表現が存在することが示される. 証明には, Lucas 型数列と Fibonacci 型数列の関係性をもちいる. (joint work with Ryoto Tange and Jun Ueki)

田代 大堯 氏 (九州大学大学院数理学府)

Hasse norm principle and genus theory in 3-dimensional topology

本講演では、3次元多様体と整数環、結び目と素イデアル、被覆と体の拡大といった整数論と3次元位相幾何学の類似に基づき、整数論の重要な結果であるハッセのノルム原理とその応用であるガウスの種の理論の幾何学的類似について述べる。整数論と3次元位相幾何学の類似性については20世紀末から活発に研究されるようになり、現在数論的位相幾何学として世界中で急速に発展している。2010年代に新甫氏と植木氏、三原氏によって証明された幾何学的イデール類体論を用いることで、ハッセのノルム原理の幾何学的類似を与える。更に、それを応用することで、ガウスの種の理論を示す。

吉崎 彪雅 氏 (東京理科大学創域理工学部)

絡み目の p 進トーションについて

p を素数とする。多項式 $f(t)$ に対し、 $t^p - 1$ と $f(t)$ との終結式を、 $f(t)$ の p べき巡回終結式という。講演者はこれまでに、植木氏 (お茶の水女子大学) との共同研究で、整数係数多項式の p べき巡回終結式が p 進的に収束していることを証明し、その極限値の明示公式を与えた。本講演では、多変数多項式の p べき巡回終結式の p 進収束性を紹介する。応用として、 d 成分絡み目の、有理ホモロジー 3 球面からなる $(\mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z})^d$ 分岐被覆に対し、整数係数 1 次ホモロジー群の位数の p 進極限値 (p 進トーション) の存在性を証明する。また、具体例として、twisted Whitehead link に対して p 進トーションを計算する。

植木 潤 氏 (お茶の水女子大学基幹研究院)

twisted Whitehead 絡み目のトーション関数の零点集合について

3次元多様体の $SL_2\mathbb{C}$ 既約指標がなす代数多様体上のトーション関数を、普遍既約表現の Reidemeister トーションとして定義する。我々は odd twisted Whitehead 絡み目 W_{2n-1} の場合に、この関数の零点集合について・non-acyclic 指標の集合と一致すること・ある例外的 Dehn 手術で特徴づけられること・ある特徴的な式で明示的に与えられる 1次元部分多様体であること・重複度が2であることを示し、そこから結び目や穴開きトーラス束の場合の観察結果を一斉に導けることを見る。また、剰余表現の普遍変形の代数的 L 関数を定義し、「重複度 2」の言い換えを述べる。(based on a joint work with Leo Benard, Ryoto Tange, Anh T. Tran)