

# 研究集会「結び目の数学 VIII」

2015年12月23日(水) ~ 26日(土)

於 早稲田大学 早稲田キャンパス

〒169-8050 東京都新宿区西早稲田1-6-1

3号館301教室(23日, 25日, 26日)

16号館308教室(24日)

## アブストラクト集

**野坂 武史 (九州大学 数理学研究院)**

### 結び目群表現のトリプルカップ積の図的計算法

結び目群表現が与えられた時, 3次線形形式が容易に構成できる. それは局所系1次コホモロジー上のトリプルカップ積と相対基本3-類とのカップリングで定義される. だが定義通りでは計算不可能に思え, 研究は少なかつた様である. そこで講演者は, 当3次形式をカンドルコサイクル不変量の拡張として図式のみで記述した. 本講演では結果と証明を概説する. ここで鍵は, 基本3-類をカンドルと相対群ホモロジーの言葉で焼き直し, 議論を代数的に落とす事である.

**村上 広樹 (東京工業大学大学院 理工学研究科)**

### Periodicity property of the colored Jones polynomial and the volume of the root polytope

The colored Jones polynomial is a framed link invariant parametrized by an integer greater than or equal to 2. In this talk, a periodic pattern of the values of the colored Jones polynomial at the second and third roots of unity is announced. Moreover, we show that the volume of a so-called “root polytope” which is constructed by an alternating link is proportional to the determinant of the link.

**久野 恵理香 (東京工業大学大学院 理工学研究科)**

### Disk graphs and right-angled Artin subgroups of handlebody groups

Koberda in 2012 proved that if a graph  $\Gamma$  is a full subgraph of a curve graph  $\mathcal{C}(S)$  of an orientable surface  $S$ , then the right-angled Artin group  $A(\Gamma)$  on  $\Gamma$  is a subgroup of the mapping class group  $\text{Mod}(S)$  of  $S$ . On the other hand, for a sufficiently complicated surface  $S$ , Kim-Koberda in 2013 gave a graph  $\Gamma$  which is not contained in  $\mathcal{C}(S)$ , but  $A(\Gamma)$  is a subgroup of  $\text{Mod}(S)$ . In this talk, we will first observe that if  $\Gamma$  is a subgraph of a disk graph  $\mathcal{D}(H)$  of a handlebody  $H$ , then  $A(\Gamma)$  is a subgroup of the handlebody group  $\text{Mod}(H)$  of  $H$ . After that, we will explain that there is a graph  $\Gamma$  which is not contained in some disk graphs, but  $A(\Gamma)$  is a subgroup of the handlebody groups.

**木村 満晃 (東京大学大学院 数理科学研究科)**

### 無限ブレイド群の交換子部分群上の共役不変ノルム

共役不変ノルムは2008年の論文で Burago-Ivanov-Polterovich により導入された概念であり, 交換子群における交換子長や, 微分同相群におけるフラグメンテーションノルム等を例に含むものである. 本講演では, 結び目の符号数を用いて, 無限ブレイド群の交換子部分群  $[B_\infty, B_\infty]$  上に安定非有界な共役不変ノルムを構成する. また,  $[B_\infty, B_\infty]$  が安定非有界なノルムを許容することは Brandenbursky-Kędra によって既に示されていたが, 今回構成したノルムが先行研究の例と同値なノルムとなることも述べる.

**María de los Angeles Guevara Hernández (ポトシノ科学技術研究所)**

### **Families of non-alternating knots**

First, we will give formulas to calculate the Homfly polynomial of knots formed by 3-tangles. Then, we will construct families of non-alternating knots and give explicit formulas to calculate the Alexander polynomial of them. The knots in these families are prime and of alternation number one. We also give several properties of the knots in these families. The families contain the first non-alternating knots:  $8_{19}$ ,  $8_{20}$ ,  $8_{21}$ .

**Nathan Geer (ユタ州立大学)**

### **Re-normalized Link invariants**

In the last few years, C. Blanchet, F. Costantino, B. Patureau, N. Reshetikhin, V. Turaev and myself (in various collaborations) have developed a theory of renormalized quantum invariants of links and 3-manifolds which lead to TQFTs. This talk will start out by giving an overview of this work. In the second part of the talk I will discuss the renormalized quantum invariants of links coming from quantized  $\mathfrak{sl}(2)$  at a root of unity. These link invariants contain Kashaev's quantum dilogarithm invariants of knots, the Akutsu-Deguchi-Ohtsuki invariant of links and the multi-variable Alexander Polynomial. Moreover, these re-normalized invariants of knots are meromorphic functions whose residues are closely related to the colored Jones polynomials.

**望月 厚志 (京都大学 数理解析研究所)**

### **種数 1 の open book 分解をもつ 3 次元多様体の Casson-Walker 不変量について**

境界をもつ曲面の自己同相写像の mapping torus と solid torus の合併として 3 次元多様体を表示することを, open book 分解という. 本講演では, 種数 1 の open book 分解をもつ有理ホモロジー球面の Casson-Walker 不変量を計算する.

**和田 康載 (早稲田大学大学院 教育学研究科)**

### **被覆絡み目のミルナー不変量**

**(小林奈津花氏, 安原晃氏 (東京学芸大学) との共同研究)**

絡み目  $L$  のある成分  $K$  で分岐する 3 次元球面の二重分岐被覆に対して,  $L \setminus K$  の各リフトを被覆絡み目と呼ぶ.  $L$  から得られる全ての被覆絡み目のミルナー不変量から成る集合  $M_L$  を被覆ミルナー不変量と定義する. 本講演では, ミルナー不変量はコボルディズムかつリンク・ホモトピー不変量であるにも関わらず,  $M_L$  はコボルディズム不変量であるが, リンク・ホモトピー不変量でないことを紹介する. さらに  $L$  がブルニアン絡み目の場合,  $L$  と被覆絡み目それぞれのミルナー不変量の間関係が正確に記述できることを紹介する. 本研究は小林奈津花氏, 安原晃氏 (東京学芸大学) との共同研究である.

**陶器 和誠 (日本大学大学院 総合基礎科学研究科)**

### **On L-space twisted torus knots**

A knot  $K$  in the 3-sphere  $S^3$  is called an L-space knot if it admits a nontrivial Dehn surgery yielding an L-space, a rational homology sphere whose Heegaard Floer homology is as simple as possible. We provide a new infinite family of twisted torus knots which are L-space knots.

松土 恵理 (日本大学大学院 総合基礎科学研究科)

### A minimal number of colors for $Z$ -colorable links

For links with 0 determinants,  $Z$ -coloring is defined as a generalization of Fox coloring. A link is called a  $Z$ -colorable link if a  $Z$ -coloring exists on a diagram of the link. I will talk about minimal number of colors for  $Z$ -colorable links. This is joint work with Kazuhiro Ichihara.

北澤 直樹 (東京工業大学大学院 理工学研究科)

### さまざまな折り目写像と定義域多様体そして折り目写像への手術について

Morse 関数やその自然な一般化である折り目写像, 安定写像は, 多様体をよい可微分写像を用いて調べるといふことにおいて最も基本的で扱いやすい可微分写像である. Morse 関数は, 可微分多様体上に必ずしもたくさんあり, 離散集合として現れる特異点からホモロジー群や一部のホモトピーに関する情報がわかる. 20 世紀前半には確立された考えで, 1950-70 年頃の, 主に自由度の高さゆえに扱いやすい, 高次元の多様体の代数的位相幾何学, 微分位相幾何学的な理論の発展に貢献した; 例えば, Milnor の 7 次元のエキゾチック球面の発見で, 多様体が位相的に球面であることを示す部分で使われた. この講演では, 定義域多様体の可微分構造等, 多様体の細かい情報に影響を与えることが多いことが, 1990 年代頃に佐伯修氏や佐久間一浩氏により明らかにされた special generic 写像や, 講演者が導入し系統的に研究している同心円形折り目写像や周辺の具体的で扱いやすい折り目写像のクラス等, 様々な折り目写像のクラスとそのクラスの写像を許容する定義域多様体について, 背景, 知られた結果から講演者の結果まで紹介する. そして, 「結び目の数学」に最も関係のある話として, 「折り目写像への手術」を導入する. 多様体への手術という考えは, 多様体の (微分) 位相幾何学では基本的であり, 折り目写像への手術も基本的で自然な概念である. 今回導入する手術は, 具体的な写像の構成が簡単な多様体上でも難しいという状況である中, 多くの扱いやすい写像を構成し構成した写像たちを用いて多様体を研究しようという基本的な動機のもと講演者と独立に研究を進める, 小林真人氏による扱いやすい安定 (折り目) 写像への手術を原点とし, 自ら考案したものである. この手術という構成的な手法で得られる写像や多様体についても話す.

稲葉 和正 (東北大学大学院 理学研究科)

### On deformations of isolated singularities of polar weighted homogeneous mixed polynomials

Let  $f$  and  $g$  be 2-variable weighted homogeneous complex polynomials. We deform singularities of  $f\bar{g}$  and show that there exists a deformation of  $f\bar{g}$  which has only indefinite fold singularities and mixed Morse singularities.

直江 央寛 (東北大学大学院 理学研究科)

### Infinitely many corks with special shadow complexity one

A cork is a compact Stein surface which gives rise to exotic pairs of 4-manifolds. We find infinitely many corks with special shadow complexity one among the 4-manifolds constructed from contractible special polyhedra having one true vertex by using the notion of Turaev's shadow.

佐々木 貴審 (九州大学大学院 数理学府)

#### ライデマイスター移動 I, II に関する極小ダイアグラムについて

球面上に与えられたダイアグラムからライデマイスター移動 I, II で, 可能な限り交差を減らすと, ライデマイスター移動 I, II を 1 回使って交差を減らせない極小ダイアグラムになる. 非分離絡み目のダイアグラムに対して, 極小ダイアグラムがライデマイスター移動 I, II に関して, 一意的に存在することが示された. また, 自明な結び目の非最小な極小ダイアグラムが存在し, これを連結和として使うことにより, 任意の絡み目における極小ダイアグラムの個数は無限個であることが分かる. また, ライデマイスター移動 I, II の同値類を変えるライデマイスター移動 III があつたとすると, 一方の同値類の極小ダイアグラムにライデマイスター移動 III を施して, もう一方の同値類に移せることが分かった.

瀧村 祐介 (学習院 中等科)

#### Strong and weak $(1, 2, 3)$ homotopies on knot projections (伊藤昇氏 (早稲田大学高等研究所) との共同研究)

球面上の knot projection における, 射影された Reidemeister move を用いて weak  $(1, 2, 3)$  という 3 種類の Reidemeister move の組  $(1, w_2, w_3)$  からなる同値関係を考える. 本研究では, この同値類からなる集合が無限個の同値類を持つことを, 新しい不変量を導入して示した. また, 類似の  $(1, s_2, s_3)$ ,  $(1, w_2, s_3)$ ,  $(1, s_2, w_3)$  は全て自明な同値類のみを生む同値関係であることも示した.

伊藤 昇 (早稲田大学 高等研究所)

#### Knot projections with reductivity two (瀧村祐介氏 (学習院中等科) との共同研究)

knot projection の既約度は 3 年ほど前に清水理佳氏により導入された. 既約度は可約な knot projection となるための half-twisted splice operation (成分を保つ splice) を行う最小回数として定義される. 清水氏により, 既約度は 4 以下であることが知られているが, 3 以下であることはわかっていない. 今回, 2 以下の清水既約度がどのような knot projection であるかの必要十分条件を与えた. また, 既約度を下からおさえる 2 種類の整数も紹介する. 一つは清水氏とは別個の新しい既約度  $t$  であり, もう一つは knot projection についての, ある不変量が対応する. 既約度  $t$  が 2 であることの必要十分条件も与えた. 尚, 既約度  $t$  が 3 以上の knot projection は見つかっていない. また, 本講演は下記の論文 [1] の解説でもある.

[1] N. Ito and Y. Takimura, Knot projections with reductivity two, Topology Appl. 193 (2015), 290-301.

小松 聖弥 (大阪市立大学大学院 理学研究科)

#### 4 交点以下の welded arc の数え上げ

$n$  交点の welded arc は, 交点数  $n$  以下の 2 次元のリボン結び目を表示することが知られている. この講演では 4 交点以下の welded arc の数え上げについて報告する.

吉池 俊 (日本大学大学院 総合基礎科学研究科)

#### Unknotting twist knots by forbidden moves

It is known that any knots and virtual knots can be deformed to the trivial knot by Reidemeister moves, virtual Reidemeister moves and forbidden moves. The number of forbidden moves needed to deform a knot to the trivial knot is called the forbidden number of the knot. I will report a result which improves known upper bounds on the forbidden number of twist knots. In particular, the forbidden number of the trefoil knot is shown to be at most three.

丹下 稜斗 (九州大学大学院 数理学府)

### On certain L-functions for deformations of knot group representations

(北山貴裕氏 (東京工業大学) , 寺嶋郁二氏 (東京工業大学) , 森下昌紀氏 (九州大学) との共同研究)

We study the twisted knot module for the universal deformation of an  $SL(2)$ -representation of a knot group, and introduce an associated L-function, which may be seen as an analogue of the algebraic  $p$ -adic L-function associated to the Selmer module for the universal deformation of a Galois representation. We then investigate two problems proposed by Mazur: Firstly we show the torsion property of the twisted knot module over the universal deformation ring under certain conditions. Secondly we verify the simplicity of the zeroes of the L-function by some concrete examples for 2-bridge knots. This is a joint work with T. Kitayama, Y. Terashima and M. Morishita.

植木 潤 (九州大学大学院 数理学研究院/東京大学大学院 数理科学研究科)

### Theory of genera and Iwasawa invariants for 3-manifolds

本講演では, 絡み目で分岐する 3次元多様体の分岐被覆を扱う. まず新甫・植木のイデーの類体論の応用として, ガウス・古田の「種の公式」の類似を, 一般の 3次元多様体上の有限次分岐被覆に対して示す. さらにそれを用いて, 岩澤  $\mu_p$  不変量に関する 1973 年の岩澤の結果の類似を, 分岐  $\mathbb{Z}_p$  被覆 ( $p$  冪次巡回分岐被覆のなす逆系) に対して与える. また岩澤  $\lambda_p$  不変量に関する木田の公式の類似を, 一般の  $p$  冪次の場合に示す. 単数群のコホモロジーを用いた 1981 年の岩澤の証明について, 2 サイクル群のコホモロジーを用いて並行な議論を与え, 具体計算と合わせて結果を得る. 岩澤  $\mu_p$  不変量が多項式の  $p$  進 Mahler 測度・力学系の  $p$  進エントロピーとして解釈されることも紹介する.

井上 和彦 (九州大学大学院 数理学府)

### On positive and almost alternating links

positive and alternating link が positive-alternating diagram をもつことはよく知られているが, では positive and almost alternating link はどんな diagram をもつだろうか. 本講演では, positive and almost alternating diagram をもつ link は alternating であることと, すべての positive で non-alternating な Montesinos link は almost positive-alternating diagram をもつことを示し, 更に almost PA-link という概念にも言及したい.

長田 俊耐 (九州大学大学院 数理学府)

### On handlebody-knot pairs which realize exteriors of knotted surfaces in $S^3$

$S^3$  内に埋め込まれた連結閉曲面の外部の連結成分は 2 つあるが, 各連結成分はあるハンドル体結び目の外部と同相であることが, Fox によって示されている. 一方,  $S^3$  内の連結閉曲面で, 外部の各連結成分がどちらもハンドル体に同相でないものが存在する. そのような閉曲面を “bi-knotted surface” と呼ぶことにする. 本講演では種数 2 の “素” な bi-knotted surface の外部の 2 つの連結成分に対して, それらと同相な外部を持つハンドル体結び目対は, 一方は既約であり, もう一方は可約であることを示す. さらに, ある条件を満たす空間 3 価グラフで表される種数 2 のハンドル体結び目  $H$  に対して, ある bi-knotted surface で, その外部の連結成分の 1 つが  $H$  の外部と同相となるものを構成する方法を紹介する.

飯島 悠介 (筑波大学大学院 数理物質科学研究科)

### $S^1$ -oriented handlebody-link と multiple conjugation quandle

handlebody を 3次元球面に埋め込んだものを handlebody-link といい, その種数 1 の成分にのみ向きを入れたものを  $S^1$ -oriented handlebody-link という. 本講演では,  $S^1$ -oriented handlebody-link diagram への coloring を定義し, coloring の個数が不変量になるための代数系が multiple conjugation quandle であることを示す.

石川 勝巳 (京都大学 数理解析研究所)

### Cabling formulae of quandle cocycle invariants for surface knots

曲面結び目に対するカンドルコサイクル不変量のケーブル化公式を、二面体カンドル及び四面体カンドルに関して与える. すなわち, 与えられた曲面結び目に対し, その被覆となっているようなある種の曲面絡み目を与える「ケーブル化」という操作を考え, そうして得られた曲面絡み目のカンドルコサイクル不変量を元の曲面結び目の不変量を用いて表す公式を与える. 二面体カンドルについてのケーブル化公式は一般的な3-コサイクル不変量を用いて表されるが, 四面体カンドルの特定のコサイクルに対しては, 3-コサイクル不変量に加え, ケーブル化した曲面の捩れ方を反映する, カンドル2-コサイクルを用いた不変量を導入することでケーブル化公式が記述される. さらに一般の Alexander カンドルに対しても, 3-コサイクル不変量と2-コサイクル不変量を用いてケーブル化公式が記述されることを示す.

石井 敦 (筑波大学 数理物質系)

### The products of Alexander invariants and quandle cocycle invariants

(大城佳奈子氏 (上智大学) との共同研究)

本講演では, アレクサンダー不変量とカンドルコサイクル不変量を同時に扱う枠組みを与え, この枠組みから得られる不変量を紹介する. カンドルの可換拡張の一般化に付随するコサイクルが, この枠組みにおいて重要な役割を果たす.

小須田 雅 (琉球大学 理学部)

### あみだくじの中による逆順列の生成

$n+1$ 本の縦棒の間に各1本ずつ横棒を持つあみだくじを基本あみだくじと呼ぶことにすると, ある種の基本あみだくじはそれを重ね合わせるにより, 逆順列を生成出来ることが分かります. そのようなあみだくじと, そうでないあみだくじを判別する方法が見つかりましたので, それについてお話しします.

三品 衣里 (奈良女子大学大学院 人間文化研究科)

### 巡回群における stem product の growth function

本講演では, ある種の巡回群の stem product の growth function について考える. これは特別な場合においては, トーラス結び目の基本群になっており既に研究が行われているが, それ以外の場合についてはほとんど研究されていない. ここでは, より一般的な場合について growth function の有理式表示を与えるとともに, その応用として growth rate の性質についても報告を行う.

山本 早記 (奈良女子大学大学院 人間文化研究科)

### Character variety における Bowditch 空間の補集合の判定条件

character variety を  $X$  とおく. Bowditch は  $Q$  条件を定義し, この  $Q$  条件が  $X$  が quasi-fuchsian group になるための必要十分条件であると予想した. また, Ng-Tan は  $[p] \in X$  に対し, 1つ穴空きトーラス  $T$  上の本質的単純曲線  $C$  で  $|\text{tr } p(C)| < 0.5$  となるものが存在すると,  $p$  は Bowditch 空間に入らないことを示した. すなわち,  $X$  が  $Q$  条件を満たさないための十分条件を与えた. 本講演では, 上記の不等式の改良について報告する.

滝岡 英雄 (大阪市立大学 数学研究所)

### A characterization of the $\Gamma$ -polynomials of knots with clasp number at most two

It is known that every knot bounds a singular disk with only clasp singularities, which is called a clasp disk. The clasp number of a knot is the minimum number of clasp singularities among all clasp disks of the knot. The  $\Gamma$ -polynomial is the common zeroth coefficient polynomial of both the HOMFLYPT and Kauffman polynomials. In this talk, we characterize the  $\Gamma$ -polynomials of knots with clasp number at most two.